

# 步进电机启动控制算法设计

姜德美, 谢守勇, 甘露萍

西南大学 工程技术学院, 重庆 400716

**摘要:** 通过建立步进电机数学模型和传递函数的基础上, 分别采用简单加速算法和指数加速算法对步进电机启动进行控制, 解决了步进电机在启动时, 出现的启动时间慢、启动失步等问题。仿真实验结果和试验数据表明, 指数加速算法能够更好地控制步进电机启动运行。

**关键词:** 步进电机; 数学模型; 算法; 仿真

**中图分类号:** TM383.6

**文献标识码:** A

步进电机是一种把电脉冲信号转换成相应角位移的机电元件, 采用步进电机构成的系统具有控制精度高, 控制简单, 维护容易等优点。但是步进电机在启动时, 会出现启动时间慢、启动失步甚至是不能启动, 以及停止冲击大等现象。因此对步进电机启动运行进行控制, 对于实际的控制系统具有积极的意义。

## 1 步进电机的频矩特性

步进电机在连续运行状态下, 其输出转矩与频率之间的关系称为频矩特性<sup>[1]</sup>。图 1 为步进电机的频矩特性图, 从图 1 可以看出, 步进电机的转矩随着频率的升高, 而急剧下降。如果以较高的频率启动, 就可能产生启动力矩不够而出现丢步或者不能启动的现象。在理想状态下步进电机启动时, 作用在电机上的磁转矩  $T_{\text{磁转矩}}$  和负载转矩  $T_{\text{负载}}$  之间的关系为

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_{\text{电磁}} - T_{\text{负载}} \quad (1)$$

其中  $J$  为转动惯量, 当转动惯量  $J$  一定时, 负载转矩  $T_{\text{负载}}$  越大, 则  $T_{\text{磁转矩}} - T_{\text{负载}}$  就越小, 步进电机就越难启动。

## 2 步进电机的数学模型<sup>[2,3]</sup>

以微分方程表示的数学模型为:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ba} & L_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ba} & L_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

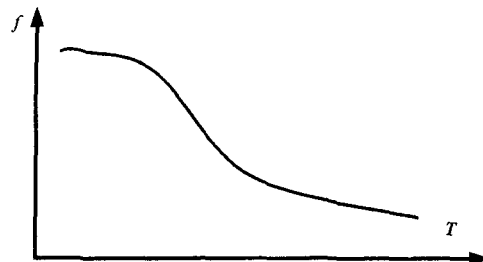


图 1 步进电机频矩特性

Fig. 1 The Frequency's and Torque's Traits of the Stepping Motor

转子力矩平衡方程式为:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = T_{\text{电磁}} - D \frac{d\theta}{dt} - T_{\text{负载}} \quad (3)$$

$$T = \frac{1}{2} \sum \frac{\partial L_{jj}}{\partial \theta} i_j^2 + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial L_{jk}}{\partial \theta} i_j i_k \quad j = a, b; k = a, b; j \neq k \quad (4)$$

式中  $u_a, i_a, R_a$  分别为  $a$  相的电压、电流及电阻;  $J$  电机转子本身及其所带负载的总惯量;  $D$  粘滞摩擦系数;  $T_{\text{电磁}}, T_{\text{负载}}$  分别为电磁转矩及负载转矩;  $L_{ij}$  及  $L_{jk}$  为各相的自电感及互电感, 忽略高次谐波, 他们分别由平均分量及基波分量组成:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_0 + L_1 \cos Z\theta \\ L_{bb} &= L_0 + L_1 \cos(Z\theta - \pi) \\ L_{ab} &= L_{ba} = L_{01} + L_{12} \cos(Z\theta - \pi) \end{aligned} \quad (5)$$

根据数学模型, 用不同的方法可以得到不同的传递函数. 步进电机输入的是脉冲信号, 给一个信号, 就转过一个位置. 假设期望步进电机转过一个  $\theta_1$  的角度, 而实际转过的角度为  $\theta_2$ , 则可以导出步进电机的传递函数:

$$G(s) = \frac{\theta_2(s)}{\theta_1(s)} \quad (6)$$

其中  $\theta_1(s) = \iint \epsilon_1(s) dt dt$ ,  $\theta_2(s) = \iint \epsilon_2(s) dt dt$ ,  $\epsilon_1(s)$  和  $\epsilon_2(s)$  分别为期望的角加速度和实际的角加速度. 以两相步进电机为例, 以  $A$  相为参考相, 其绕组  $A, B$  相的相电压平衡方程式为:

$$\begin{aligned} u_a &= Ri_a + L di_a/dt - K_m \omega \sin(Z\theta) \\ u_b &= Ri_b + L di_b/dt - K_m \omega \sin(Z\theta - \pi) \end{aligned}$$

转子力矩平衡方程式为:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + K_m i_a \sin(Z\theta) + K_m i_b \sin(Z\theta - \pi) + T_{\text{负载}} = 0 \quad (7)$$

式中的  $i_a, i_b, u_a, u_b$  为  $A, B$  相电流及其电压;  $L, R$  为绕组的自感和电阻;  $\theta, \omega, J, Z$  为转子的输出角位置、角速度、转动惯量及齿数;  $K_m, D, T_{\text{负载}}$  为电机的力矩常数、粘滞阻尼系数和负载力矩.

假设  $T_{\text{负载}} = 0$ , 单相励磁, 由公式(2)和(6), 步进电机的运动方程为:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} - \frac{Z_r Li_a^2}{2} \sin Z\theta = 0 \quad (8)$$

假设转子达到平衡位置时,  $t = 0$ ,  $\frac{d\theta}{dt} = 0$ , 有细微振荡, 由于只是单相励磁, 所以  $i_a$  不变, 其增量方程为:

$$J \frac{d^2(\delta\theta)}{dt^2} + D \frac{d(\delta\theta)}{dt} - \frac{Z_r Li_a^2}{2} \sin Z_r(\delta\theta) = 0 \quad (9)$$

增量  $\delta\theta$  很小, 并  $\delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ , 上面方程可以变化, 整理得到:

$$J \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + D \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{Li_a^2}{2} Z_r^2 (\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad (10)$$

把  $\theta_1 = \iint \epsilon_1 dt dt$ ,  $\theta_2 = \iint \epsilon_2 dt dt$  带去(9), 整理得到:

$$J \epsilon_2 + D \int \epsilon_2 dt + \frac{Li_a^2}{2} Z_r^2 \iint \epsilon_2 dt dt = \frac{Li_a^2}{2} Z_r^2 \iint \epsilon_1 dt dt \quad (11)$$

由拉氏变换, 并整理可以得到:

$$G_1(s) = \frac{\epsilon_2(s)}{\epsilon_1(s)} = \frac{Li_a^2 Z_r^2}{2Js^2 + 2Ds + Li_a^2 Z_r^2} \quad (12)$$

所用电机的有关参数如表 1 所示:

表 1 步进电机参数  
Table 1 The Stepmotor's Parameter

$L(H)$	$Z_r$	$J/(g \cdot cm \cdot s^2)$	$D$	启动频率	最大频率	启动负载	转子惯量
0.01005	40	1.05	0.030	0.112KHz	8.73KHz	1N · m	260 g · cm <sup>2</sup>

为了方便计算取  $i_a = 1.0$ , 则式(12)代入相应参数得到步进电机的传递函数为:

$$G_1(s) = \frac{7.657}{s^2 + 0.286s + 7.657} \quad (13)$$

### 3 加速度算法控制

#### 3.1 简单加速算法<sup>[4,5]</sup>

简单加速算法实际上就是恒定的角加速度控制, 即角速度与时间成线性关系. 在这种控制方法下, 电机是按照启动-恒加速阶段和恒定的减速——停止阶段运行, 角速度是随时间(频率)线性变化的, 如图 2 所示.

设简单加速算法的函数曲线为:  $\omega = k_1 t + b_1$ , 其中  $k_1$ 、 $b_1$  为控制算法的常数,  $k_1 \neq 0$ . 对其求导, 得到:

$$\epsilon = k_1 \quad (14)$$

对(12)进行拉氏变换, 得到简单加速算法的传递函数

$$G_2(s) = \frac{k_1}{s} \quad (15)$$

#### 3.2 指数加速算法

由于步进电机实际运行的规律就是按照指数上升的, 所以考虑指数函数曲线来控制步进电机的加速运行.

指数加速算法是一种变角加速度控制, 其加速阶段是按指数曲线上升或者下降的, 角速度随时间是非线性变化的, 如图 3 所示.

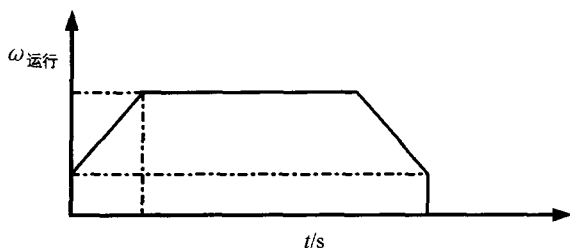


图 2 简单加速算法

Fig. 2 The Simple Accelerating-Algorithm

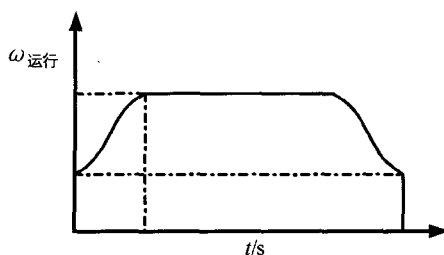


图 3 指数加速算法

Fig. 3 The Exponent Accelerating-Algorithm

假设指数加速算法控制曲线为  $\omega = k_2 e^{k_3 t} + b_2$ , 其  $k_2$ 、 $k_3$ 、 $b_2$  为常数,  $k_2 \neq 0$ ,  $k_3 \neq 0$ , 对其求导, 得到  $\epsilon = k_2 k_3 e^{k_3 t}$ , 令  $k = k_2 k_3$ , 则

$$\epsilon = k e^{k_3 t} \quad (16)$$

对式(14)进行拉氏变换, 得到指数加速算法的传递函数:

$$G_3(s) = \frac{k}{s - k_3} \quad (17)$$

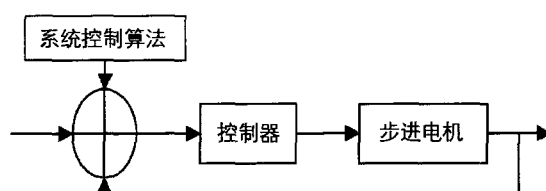


图 4 系统控制框图

Fig. 4 The Block Diagram of the Controlling System

#### 3.3 系统控制框图

本系统采用的是闭环控制, 如图 4 为整个控制系统的控制框图.

4 仿真结果与实验结果及其分析

4.1 仿真结果及其分析

根据步进电机的传递函数，期望角加速度为  $\epsilon = 1.05$ ，经过多次仿真和参数调整，最终得到：

$$k_1 = 1, k = 1.05, k_3 = -1, \text{ 那么 } k_2 = \frac{k}{k_3} = -1.05$$

步进电机在简单加速算法控制条件下的仿真曲线如图 5，指数加速算法控制条件下的仿真曲线如图 6 所示：

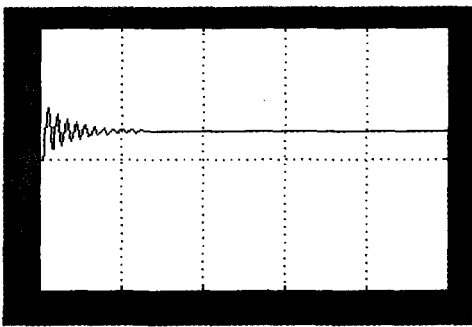


图 5 简单加速算法控制条件下的仿真曲线  
Fig. 5 The Simulation Curve Under the Simple Accelerating-Algorithm

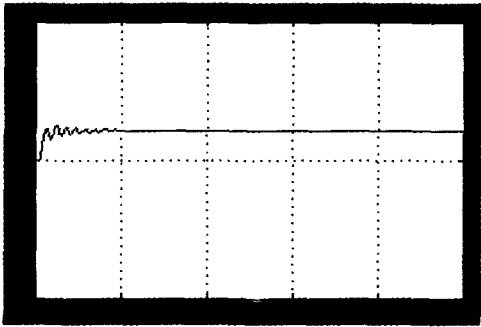


图 6 指数加速算法控制条件下的仿真曲线  
Fig. 6 The Simulation Curve Under the Exponent Accelerating-Algorithm

从仿真曲线可以得出，图 5 的超调量为 85%，图 6 的超调量为 23%。显然，我们可以得出：简单加速算法控制设计简单，但具有明显的缺点：加速到匀速不能光滑过渡，存在阶跃现象，具有较长的调节时间和较大的超调量。而采用指数算法控制电机加速，角加速度很快就接近了 1.05，角加速度的超调量很小，冲击也很小，动态响应快，具有较好的控制效果，达到了较高的控制精度。同时，经过实验也证明了指数加速算法控制控制步进电机角加速度是可行的。

4.2 实验数据及其分析

分别把两种算法应用于多轴伺服平台的转动校准中，为了便于试验数据的纪录和不同系统的比较，每种系统连续测试 20 次，然后去平均后的数据如表 2 所示：

表 2 试验数据  
Table 2 The Experiment Data

	测试启动频率	启动结束频率	平均所用时间	测试总次数	冲击现象	失步现象
	/kHz	/kHz	/s	/次		
没有控制算法的系统	2.20	2.20	2.31	20	启动瞬间，冲击很大	有点严重
简单加速算法的系统	0.65	2.20	4.80	20	启动瞬间和结束时，有冲击	有失步
指数加速算法的系统	0.65	2.20	3.05	20	启动瞬间有稍微冲击，启动结束时，几乎没有冲击	稍微有失步

由试验数据可知：在启动时，用了控制算法的系统明显比没有加控制算法的系统，冲击要小，失步现象得到一些控制；与简单加速算法控制的系统相比，指数加速算法控制的系统动态响应更好，启动时冲击更小，失步现象得到更好的控制，把它应用于多轴伺服平台的校准中，也更加符合实际要求。

5 结 语

本文通过比较得出，相对于简单加速算法来，指数加速算法能更好的控制步进电机的角加速度，这种

方法是在传统的线性控制基础上的改进,基本克服了线性控制的缺点。通过仿真和试验数据表明,这种方法具有较好的稳态性能,动态响应快,超调量微小,可以广泛用于精确控制系统中。

#### 参考文献:

- [1] 陈隆昌, 阎治安. 控制电机 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2003.
- [2] Peter E. Pidcoe, Mark W. Rogers. A Closed-Loop Stepper Motor Waist-Pull System for Inducing Protective Stepping in Humans [J]. *Journal of Biomechanics*, 1998, (31): 377 – 381.
- [3] 段英宏, 杨 硕. 步进电动机的模糊 PID 控制 [J]. *计算机仿真*, 2006, 2(2): 290 – 293.
- [4] 贾敏忠, 詹友基. Windows 平台上步进电机的速度控制 [J]. *福建工程学院学报*, 2005, 12(6): 619 – 621.
- [5] 叶献方. 基于神经网络的速度规划研究 [J]. *中国机械工程*, 2001, 12(4): 465 – 466.

## Designing the Control-Algorithm of the Stepping Motor Startup

JIANG De-mei, XIE Shou-yong, GAN Lu-ping

*School of Engineering, Southwest University, Chongqing 400716, China*

**Abstract:** According to establishing the stepping motor of mathematical model and transfer function, it introduced the exponent accelerating-algorithm and the simple accelerating-algorithm which carry on controlling the stepping motor respectively. And it resolved problems which the stepping motor startuped slowly and out of step when the stepping motor startuped. The exponent accelerating-algorithm has gone through simulation and experiment. It proves that exponent accelerating-algorithm can control the stepping motor to startup running better than the simple accelerating-algorithm.

**Key words:** the stepping motor; mathematical model; algorithm; simulation

责任编辑 汤振金